

Тренинг «Учимся решать задачи»

В МБОУ «Хабарская СОШ №2» с 03.06. по 08.06.2021 учителями математики, Е.Н. Даниленко, А.Н. Удовик, для учащихся 6-9 классов были организованы занятия по решению текстовых задач.

Планируемые результаты занятий:

личностные:

- формирование коммуникативной компетентности в общении и сотрудничестве со сверстниками и учителями;

предметные:

- развивать умения работать с математическим текстом (структурирование, извлечение необходимой информации), точно и грамотно выражать свои мысли в устной и письменной речи, применяя математическую терминологию и символику, использовать различные языки математики (словесный, символический, графический), развивать способности обосновывать суждения, проводить классификацию;
- строить модель условия задачи (в виде таблицы, схемы, рисунка), в которой даны значения двух из трёх взаимосвязанных величин, с целью поиска решения задачи; использовать разные краткие записи как для построения модели текстов сложных задач, так и для построения поисковой схемы решения задач;
- решать несложные сюжетные задачи разных типов на все арифметические действия;

метапредметные:

- умения создавать, применять и преобразовывать знаково-символические средства, модели и схемы для решения математических задач;
- строить логические рассуждения, умозаключения (индуктивные, дедуктивные и по аналогии) и выводы;
- способности адекватно оценивать правильность или ошибочность выполнения математической задачи, её объективную трудность и собственные возможности её решения;
- проводить рефлексию своей деятельности и оценивать полученные результаты.

1 ДЕНЬ

Цель занятия: создать условия для повторения и систематизации изученного материала

Продолжительность занятия: 1ч 20 минут.

Присутствовало 19 человек.

Форма работы: пять групп.

Задание 1. Вы приехали в страну «N», жителям которой необходимо рассказать информацию о текстовых задачах. Дело в том, что в этом государстве люди воспринимают всю информацию наглядно, поэтому вам нужно использовать рисунки, схемы, модели и т.п.

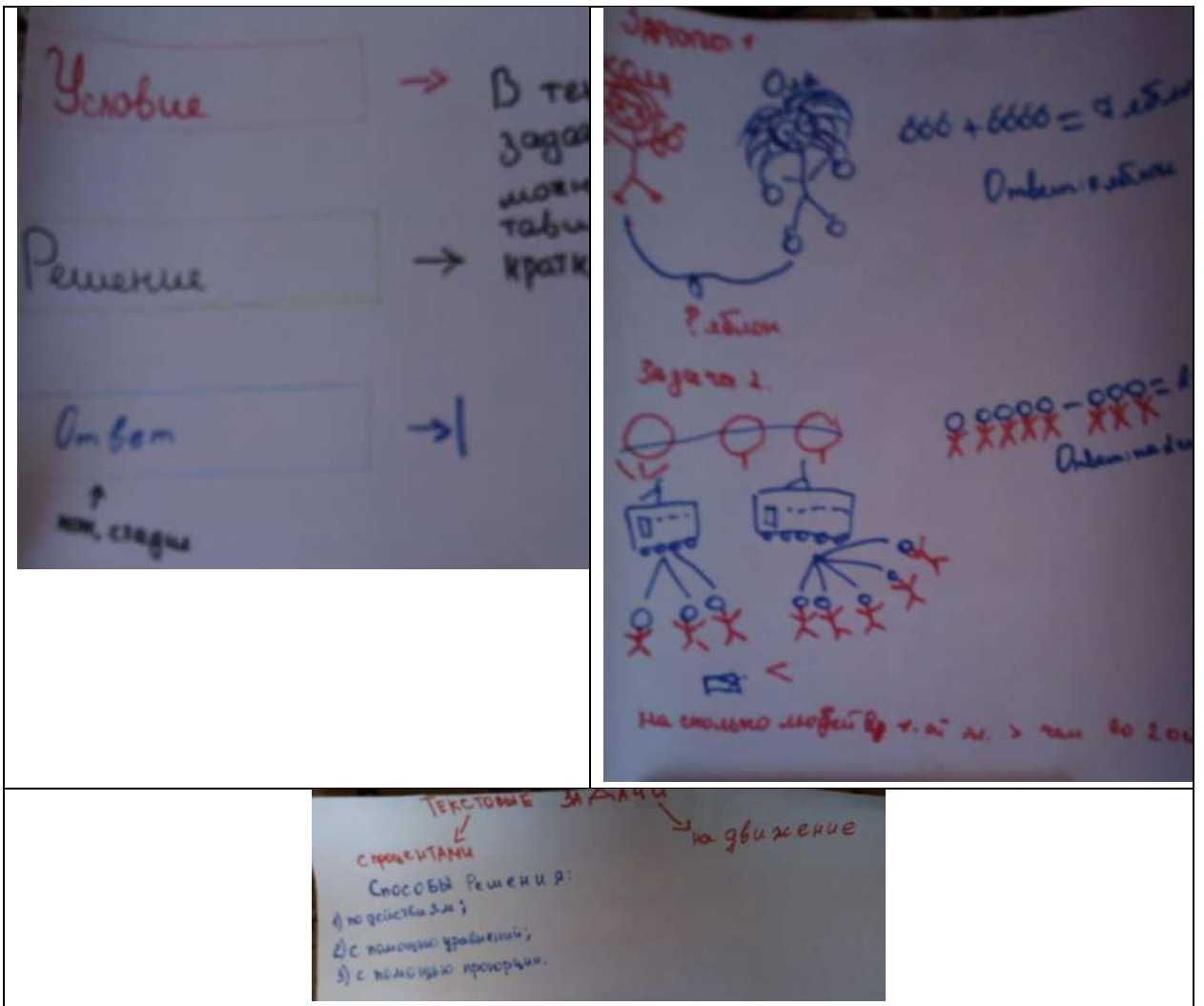
Для выполнения задания каждой группа имеет «ватман», маркеры, линейки. На «столе-помощнике» лежат ножницы, клей, скотч, цветные карандаши, различные сборники занимательных задач. Время работы в группах 10 минут. Далее каждая группа презентовала результат своей работы. Все ребята слушали друг друга с интересом, задавали содержательные вопросы; учитель занимал позицию модератора.

Выводы учащихся (из высказываний учащихся):

- Текстовая задача состоит из условия, вопроса, решения и ответа.
- Этапы решения задач: чтение задачи; составление краткой записи, чертежа; выполнение действий/составление уравнения (ребята отдельно выделили составление пропорции, но после обсуждения друг друга убедили, что пропорция – это тоже уравнение); ответ на вопрос задачи.
- Виды текстовых задач: «простые задачи», на движение, на проценты, на работу.
- Способы решения задач: «по действиям»/арифметический и с помощью уравнения.
- При решении математических задач не нужно делать «художественный рисунок», т.к. на это уходит время. Условие и вопрос в задаче надо представлять, используя общепринятые математические знаки, символы.

В ходе совместной дискуссии с учителем ребята отметили, что при решении текстовых работают с величинами. Привели примеры величин, разобрали понятие «величина».

Работы учащихся:



Задание 2. Представьте наглядно условие и решение следующей задачи для жителей страны «N»:

Алдар Косе и Ходжа Насреддин выехали на ишаках к султану на конкурс мудрецов по одной и той же дороге в одном и том же направлении. Алдар Косе находится на 8 км впереди Ходжи Насреддина и едет со скоростью 4 км/ч. Скорость Ходжи Насреддина 6 км/ч. У него есть собака, которая именно в тот момент, когда мы начали наблюдать за ними, побежала от своего хозяина к Алдару Косе (ее скорость 15 км/ч). Затем она вернулась к хозяину и опять побежала к Алдару Косе. Так она бегала от одного к другому до тех пор, пока мудрецы не встретились. Какой путь пробежала собака?

После решения задачи в группах были получены ответы: 30 км; 60 км; 60 км.

Первыми своё условие и решение задачи, по просьбе учителя, представляла группа, в которой был получен неверный ответ 30 км: $15 * (8 : 4) = 30$.

Ребятами с других групп на уточнение были заданы следующие вопросы «отвечающей» группе:

- что вы нашли, выполнив деление 8 и 4?
- почему скорость собаки вы умножаете на время Косе?
- почему нигде в решении вы не учитывали действия Ходжи?

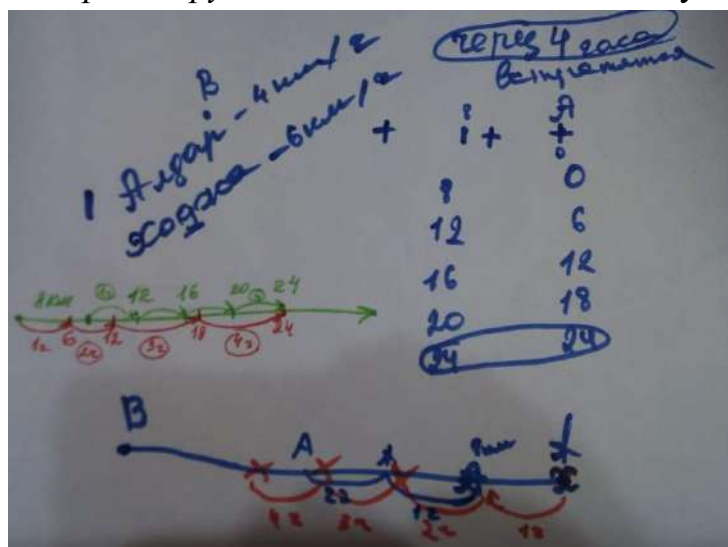
После совместных рассуждений участники группы пришли к выводу, что они неверно решили задачу.

Далее своё условие и решение задачи продемонстрировали 2 группы, которые использовали в решении способ «подбора»:



<p><u>Подбор</u></p> <p>Скорость Ходжи 5 км/ч Скорость Косе 4 км/ч</p> <p>А) $6 \cdot 2 = 12$ $4 \cdot 2 = 8$ $8 \cdot 3 = 24$ $4 \cdot 3 = 12$ $6 \cdot 4 = 24$ $4 \cdot 4 = 16$ $24 - 8 = 16$ $16 \cdot 4 = 64$ Ответ: 60 км.</p>	<p>$6 \cdot 4 = 24$ $4 \cdot 4 = 16$ $24 - 16 = 8$ $8 \cdot 4 = 32$ Ответ: 60 км</p>
---	--

Решение четвёртой группы показано на числовом луче:



Затем учитель попросил практически разыграть эту ситуацию. При этом действии ребята вспомнили понятие скорости сближения объектов. Кроме того, они предложили рассмотреть вариант, если собака бегала между

мудрецами и делала остановки, тогда нельзя ответить на вопрос задачи однозначно. Таким образом, ребята предложили дополнить задачу словами «найти максимальный путь собаки, с условием, что она не делала остановок. Следующее действие ребят – это решение задачи, используя понятие скорости сближения мудрецов.

Вывод: текстовые задачи легче понимать и решать, когда их можно «нарисовать».

2 ДЕНЬ

Цель занятия: создать условия для работы с моделями при решении текстовых задач.

Продолжительность занятия: 1ч 05 минут.

Присутствовало 15 человек.

Форма работы: индивидуальная (задание 1), работа в парах (задание 2).

Задание 1. Представьте наглядно условие задачи и решите её.

У Маши в 2 раза больше наклеек, чем у Иры, и на 20 наклеек больше, чем у Толи, и на 26 наклеек меньше, чем у Паши. Сколько наклеек у всех ребят, если у Паши 50 наклеек?

Большая часть ребят получила верный ответ – 90 наклеек. Три человека при вычислении числа марок у Иры вместо деления на 2 выполнили умножение (причина, указанная позже самими детьми: невнимательно прочитали условие задачи; следует отметить, что эти ребята не имели ни краткой записи задачи, ни модели). 6 учащихся составили «традиционную» краткую запись.

Работы детей:

The image shows two pages of handwritten student work on grid paper. The left page contains a traditional short record and a diagram. The right page shows a diagram with arrows and equations.

Left page (Traditional short record and diagram):

Машина - ?
Ира - ?
Толя - ?
Паша - 50 наклеек

1) Машина - $50 - 26 = 24$ - наклеек
2) Ира - $24 \cdot 2 = 48$ наклеек
3) $26 + 24 + 20 = 70$ наклеек
4) Толя 50 наклеек

Diagram: A table with names in boxes and a legend.

Машина	Ира	Толя
Паша		

Legend:
+ X
x 0
6 X
0 0

Bottom diagram: Stacks of stickers for each child.
Машина: 24
Ира: 48
Толя: 50
Паша: 50

Right page (Diagram with arrows and equations):

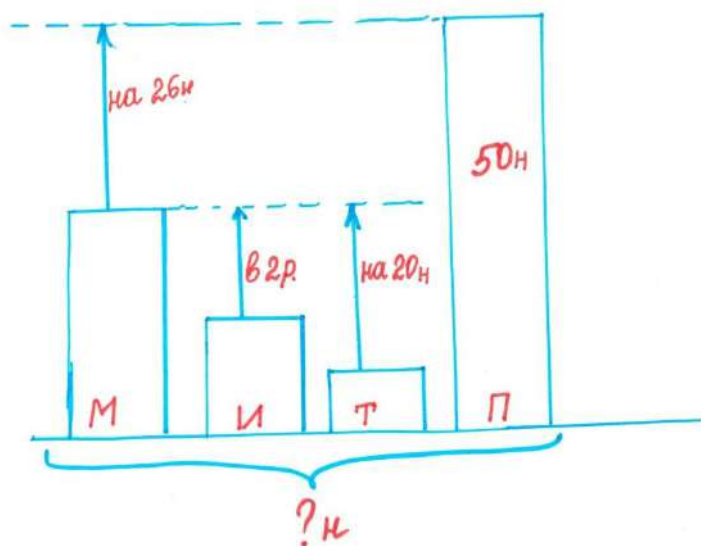
Diagram with arrows:
M. → 62, ← 20 → И. → 20 ← 26 → П.
И. ← 24 ← 12 ← 4 ← 50 ← П.

Equations:
1) $50 - 26 = 24 (И) - y$ Маши
2) $24 : 2 = 12 (И) - y$ Иры
3) $24 - 20 = 4 (И) - y$ Маши

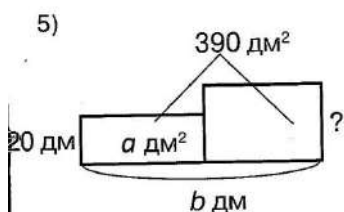
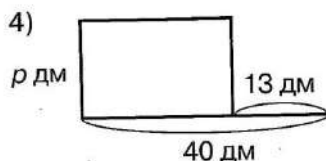
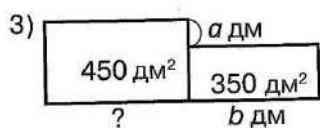
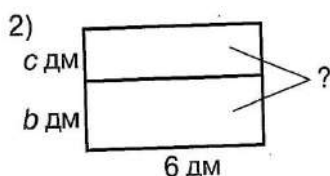
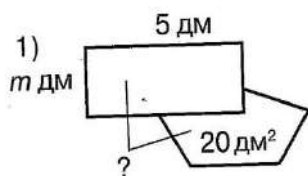
Final sum:
24 к
48 к
4 к
50 к
} 90 к

Bottom diagram: Stacks of stickers for each child.
M: 24
И: 12
Т: 4
П: 50

Ребята обсудили представленные модели к задаче. Большая часть ребят представила условие в виде прямоугольных столбцов разной высоты. Далее договорились, пришли к выводу, что надо договориться о каких-то единых символах или обозначениях, используемых для наглядного представления условия и вопроса задачи. Например, чтобы не писать слова «больше» или «меньше» всегда показывать направление стрелки от меньшей величины к большей.



Задание 2. Составьте задачи по чертежам. Укажите, что дано, что надо найти. Решите эти задачи.



Ребята легко решили 1 и 2 задачи. Поняли, чтобы решить 4 задачу, необходимо её сначала доопределить: задать вопрос. Задачу № 3 верно решили 6 человек, у остальных возникли трудности. Задачу 5 решили два ученика.

Решение всех задач было записано на общей доске: ребята выходили по желанию, записывали своё решение. Другие учащиеся соглашались или не

соглашались с предложенным решением. Во втором случае, задавали вопросы, представляли своё решение.

Работая с моделями, ребята отметили, что для них непривычно показывать «всего» предложенным способом (отрезки, выходящие из одной точки к разным величинам), но это легко понять даже впервые видя такое обозначение.

В результате ребята получили опыт работы с готовыми моделями задач.

3 ДЕНЬ

Цель: продолжить работу по составлению моделей для решения текстовых задач.

Продолжительность занятия: 1ч.

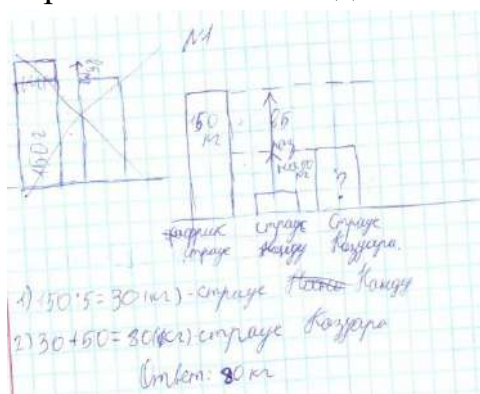
Присутствовало 12 человек.

Форма работы: в парах.

1) Составьте рисунок, модель к задаче и решите её.

Масса африканского страуса составляет 150 кг, а страус нанду весит в 5 раз меньше. Найдите вес страуса казуара, если известно, что он на 50 кг тяжелее страуса нанду.

Первая задача предложена учащимся, как диагностическая. Ребята легко справились с этой задачей.

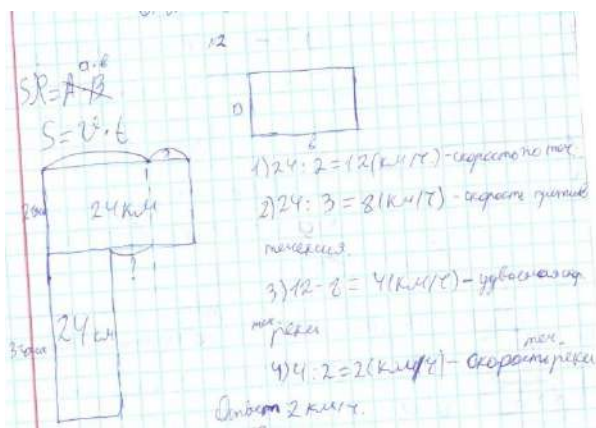


2) Составьте модель задачи и решите её.

Катер проплыл 24 км по течению реки за 2 часа, а против течения за 3 ч. Какова скорость течения реки?

Учитывая интерес учащихся (на первом занятии ребята проявили желание решать задачи на движение) и работу с моделями на предыдущих занятиях, учителями было принято решение познакомить ребят с построением модели для решения задач на движение с использованием прямоугольника и его площади. Сравнивая формулы для вычисления площади прямоугольника и нахождения расстояния по известным величинам скорости и времени, ребята выявили общий подход: длины сторон прямоугольника можно заменить на

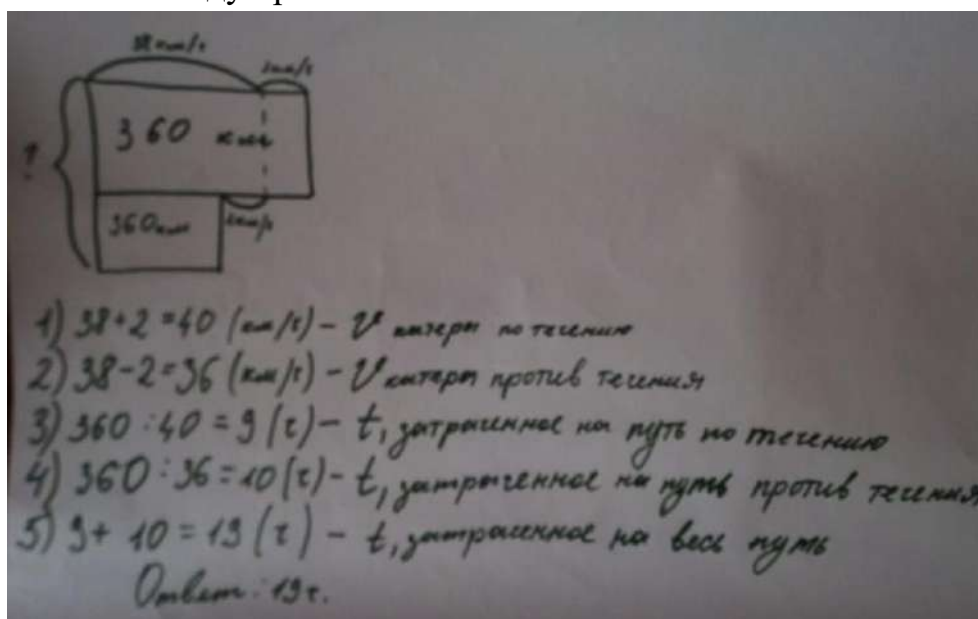
скорость и время, а площадь прямоугольника – на расстояние. Затем на примере задачи 2 коллективно была составлена модель и решение задачи.



При составлении модели учащиеся показали своё понимание величин скорость по течению реки и против течения реки, смогли это показать на модели. Благодаря правильно составленной модели ребята смогли понять/наглядно увидеть, что при вычитании скорости против течения реки от скорости по течению реки получается удвоенная скорость течения реки.

3) Составьте модель задачи и решите её.

Собственная скорость теплохода 38 км/ч, а скорость течения реки 2 км/ч. Сколько времени затратит на путь от одного причала до другого и обратно, если расстояние между причалами 360 км?



Аналогичную задачу ребята решили верно, т.к. имели «образец» решения.

4) Моторная лодка двигалась 3 ч. Вниз по течению реки со скоростью 56 км/ч. После того, как кончился бензин, фона двигалась ещё 4 часа. Какой путь за все 7 ч. прошла лодка, если известно, что скорость течения реки на 40 км/ч меньше, чем скорость в стоячей воде.

При решении следующей задачи возникли следующие затруднения: 1) понимание того, что «кончился бензин»; 2) как показать на модели «что скорость течения реки на 40 км/ч меньше, чем скорость в стоячей воде». Эти затруднения решали в совместной дискуссии.

Составленная первоначальная модель задачи (красный цвет) и корректировка в ходе совместного обсуждения решения задачи.

$56 - 40 = 16 \text{ (км/ч)}$
 - 20 м.р
 $16 : 2 = 8 \text{ (км/ч)}$
 - 20 м.р
 $S = 56 \cdot 3 + (56 - 8) : 8 \cdot 4 = 168 + 32 = 200 \text{ км}$

4 ДЕНЬ

Цель: контрольно-оценочная составление моделей для решения текстовых задач.

Продолжительность занятия: 50 мин.

Присутствовало 8 человек.

Форма работы: индивидуальная (задание 1), работа в парах (задание 2).

Задание 1. Решите задачи.

1) Современный русский алфавит содержит 33 буквы, что на 7 букв больше, чем в латинском алфавите. В славянской азбуке кириллице – на 17 букв больше, чем в латинском алфавите. Сколько букв в кириллице?

Данную задачу верно решили 7 человек, неверно - 1 человек.

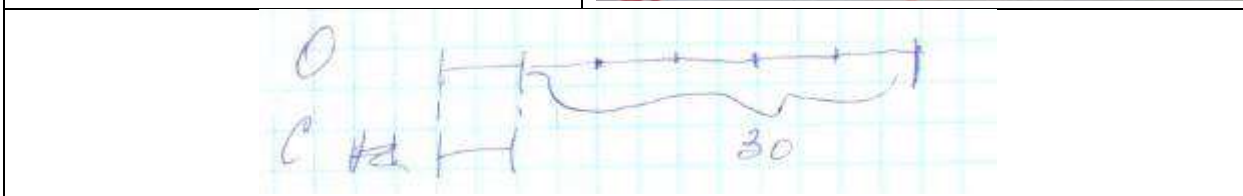
2) Отец старше сына в 6 раз, а сын моложе отца на 30 лет. Сколько лет отцу и сыну?

Работы учащихся:

2)

1) $30 : 6 = 5$ (лет) сыну
 2) $5 + 30 = 35$ (лет) отцу
 Ответ: 5 лет, 35 лет

1) $6 - 1 = 5$
 2) $30 : 5 = 6$ (л.) - на 10.
 3) $6 \cdot 6 = 36$ (л.) - отцу.
 4) $36 - 30 = 6$ (л.) - сыну.
 Ответ: 36, 6.



Данную задачу верно решили 2 человека, неверно - 6 человек. Ребята получили два ответа: 35 и 5 лет; 36 и 6 лет. Обсуждение решения начали с решения, где получен неверный ответ. При решении этой задачи ребята допустили «ожидаемую» ошибку (первое решение). Второе решение было другим, но модель изображена такая же, как и в первом решении, поэтому непонятно было первое действие. Но третий ученик представил свою модель к задаче, по которой ребята смогли объяснить рассуждения во втором решении.

Ребята сделали вывод, что «моделируя задачу, надо продумывать и показывать все условия неформально, а со смыслом».

3) Две машины выехали навстречу друг другу. Скорость одной машины 110 км/ч, другая машина ехала медленнее на 20 км/ч. На каком расстоянии находились машины сначала, если известно, что они встретились через 4 часа?

Данную задачу верно решили 6 человек, неверно - 2 человека.

Решение задачи №1 и №2:

①

1) $33 - 7 = 26$ (б.) - латинский
 2) $26 + 17 = 43$ (б.) - кириллица
 Ответ: 43 буквы

③

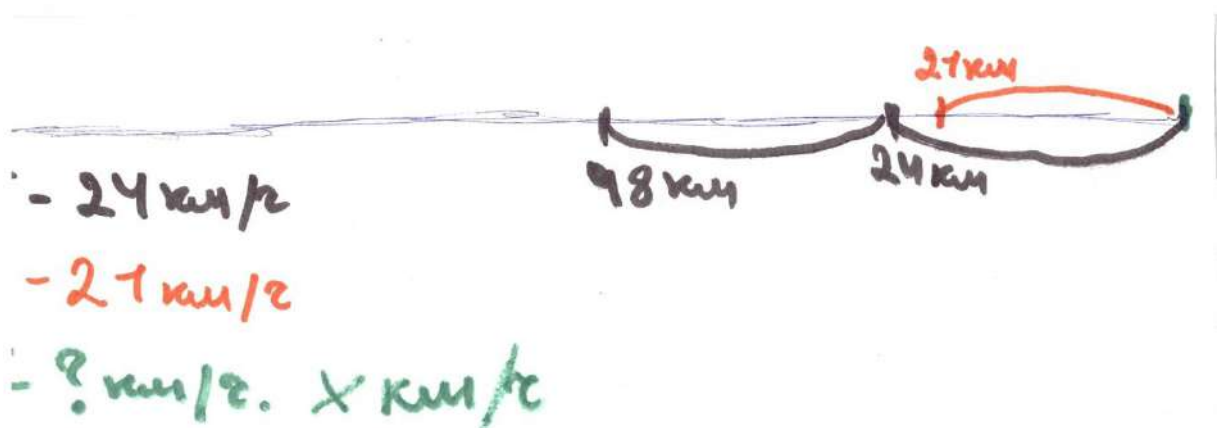
1) $110 \cdot 4 = 440$ (км) - проехала I машина
 2) $110 - 20 = 90$ (км/ч) - \checkmark II машины
 3) $90 \cdot 4 = 360$ (км) - проехала II машины
 ? 4) $440 + 360 = 800$ (км) -
 Ответ: 800

Задание 2. Решите задачу:

Первый велосипедист выехал из посёлка по шоссе со скоростью 24 км/ч. Через час после него со скоростью 21 км/ч из того же посёлка в том же направлении выехал второй велосипедист, а ещё через час - третий. Найдите скорость третьего велосипедиста, если сначала он догнал второго, а через 9 часов после этого догнал первого.

Предложенная задача находится в зоне ближайшего развития детей (только у двух учащихся появились верные гипотезы по решению задачи) – без помощи учителя ребята не смогли решить эту задачу.

Три пары пытались построить модель задачи, используя прямоугольники, но у них ничего не получилось. Поэтому обсуждение решения задачи начали с чертежа, предложенного четвертой группой (парой) учащихся:



«Хороший» чертёж ребятам сделать не удалось, поэтому задачу решали с помощью системы уравнений, предварительно заполнив таблицу. Это способ решения задач был изучен в 8-м классе. Т.к. среди учащихся присутствовали

восьмиклассники, то смогли решить, полученное в итоге дробно-рациональное уравнение.

Коллективное решение:

Пусть x км/ч – это скорость третьего велосипедиста и t ч – это время движения первого велосипедиста до встречи с третьим.

1) Движение второго и третьего велосипедистов до момента их встречи. Учитывая, что их встреча произошла раньше на 9 ч до встречи первого и третьего велосипедистов и то, что время движения второго велосипедиста на 1 час меньше, а время движения третьего велосипедиста на 2 часа меньше времени движения первого велосипедиста, имеем:

	V, км/ч	t, ч	S, км
1 велосипедист		t	
2 велосипедист	21	t-10	21(t-10)
3 велосипедист	x	t-11	x(t-11)

Получаем уравнение: $21(t-10) = x(t-11)$.

2) Движение первого и третьего велосипедистов до момента их встречи.

	V, км/ч	t, ч	S, км
1 велосипедист		t	24 t
3 велосипедист	x	t-2	x(t-2)

Получаем уравнение: $24t = x(t-2)$.

Система уравнений:

$$\begin{cases} 21(t - 10) = x(t - 11), \\ 24t = x(t - 2). \end{cases}$$

Решение:

$$\begin{cases} 21(t - 10) = x(t - 11), \\ 24t = x(t - 2); \end{cases} \quad \begin{cases} 21(t - 10) = \frac{24t}{(t-2)} \cdot (t - 11), \\ x = \frac{24t}{(t-2)}. \end{cases}$$

Решим первое уравнение системы уравнений:

$$21(t - 10) = \frac{24t}{(t-2)} \cdot (t - 11) \quad |* (t - 2), \text{ где } t \neq 2$$

$$t^2 - 4t - 140 = 0$$

$$t_1 = 14;$$

$$t_2 = -10;$$

-10 не удовлетворяет смыслу задачи $t > 0$.

14 часов – это время движения третьего велосипедиста до встречи с первым.

Подставляя найденное значение переменной t , во второе уравнение, получим значение $x = 28$.

28 км/ч – это скорость третьего велосипедиста.

Ответ: 28 км/ч.

«Решение задач с помощью уравнений» - это тема будущих занятий (запрос учащихся).

ВЫВОД: Тренинг «Решение текстовых задач» актуализировал необходимость осуществления моделирования для осмысления условия задачи, а также для поиска её решения. При решении задач дети не задавали вопросы типа: Нужна ли краткая запись? Нужно ли делать чертёж? и т.д. Они добровольно, по собственному желанию и необходимости использовали средства моделирования решая ту или иную задачу.

Литература и источники, используемые для проведения занятий:

- Занятие с КПК АИРО кафедра математического образования, «Моделирование при решении текстовых задач на уроках математики»;
- Горбов С.Ф. Математика: учебное пособие для 5 класса/ С.Ф. Горбов, В.М. Заславский. А.В. Морозова, Н.Л. Табачникова. – 2-е изд., испр. – М.: Некоммерческое партнерство «Авторский клуб», 2019. – 172 с.