Коллективный способ обучения математике
(методическая разработка)

Барнаул 2023

Б34
УДК 373.1
ББК 74.262.21

Баянкина, Л.А.
Коллективный способ обучения математике (методическая разработка) / Баянкина Л.А. – Барнаул, 2023. – 26 с.

Методическая разработка раскрывает особенности использования при обучении математике методик коллективного способа обучения (КСО) таких, как мурманская методика, методика взаимообмена заданиями и др. В разработке приведены по определенной математической теме наборы заданий, успешно используемых автором при реализации той или иной методики КСО, примеры алгоритмов организации работы учащихся в динамических парах, маршрутные листы, карточки-консультанты и др.

Разработка предназначена для учителей математики, реализующих активно-деятельностные технологии в условиях ФГОС ООО и ФГОС СОО, методистов, специалистов методических служб, студентов вузов педагогических направлений подготовки и других заинтересованных лиц.

Коллективный способ обучения (КСО) – это такая форма организации учебных занятий, при которой каждый учит каждого. Любой обучающийся вовлекается в процесс работы, в систему, требующую от него, с одной стороны, самостоятельности и продвижения в своем темпе, а с другой стороны, умения общаться и, сотрудничая, решать учебные задачи.

У истоков данной технологии стоял А.Г. Ривин, инженер и педагог, который в 1918 году впервые использовал коллективные учебные занятия для изучения почти всех предметов в старших классах средней школы, а в 1930 открыл неформальный вуз в г. Киеве, в котором в течение трех лет обучал будущих инженеров. Его методика получила несколько названий: оргдиалог (организационный диалог), сочетательный диалог, талгенизм (талант и гений). Идеи А.Г. Ривина были подвергнуты забвению, и только в послевоенные годы, несмотря на преграды, выстраиваемые официальной педагогикой и консервативной системой управления образованием, эти идеи реализовал на практике и развил в целостную систему В.К. Дьяченко, его поддержали М.А. Мкртчян, А.Г. Границкая и др.

Актуальность использования данной технологии в учебном процессе подчеркивается в Федеральных государственных образовательных стандартах общего образования. Так в них сформулированы требования к планируемым результатам освоения обучающимися образовательных программ, среди которых обозначены личностные, метапредметные и предметные результаты. Так, к метапредметным компетенциям относятся умения и готовность «… слушать собеседника и вести диалог; готовность признавать возможность существования различных точек зрения и права каждого иметь свою; излагать свое мнение и аргументировать свою точку зрения и оценку событий». Как показали исследования учёных и методистов, коллективный способ обучения создаёт идеальные условия для формирования перечисленных компетенций. Кроме того, в атмосфере взаимного обучения повышается качество освоения предметных знаний и умений.

Дьяченко В.К. сформулировал принципы коллективного способа обучения, называя их полными принципами обучения:

- завершенность: ученик имеет право переходить к изучению нового учебного материала, лишь прочно усвоив предыдущий;
- безотлагательная и непрерывная передача знаний: знания, вырабатываемые обществом, должны немедленно становиться содержанием учебного процесса;
- всеобщее сотрудничество и взаимопомощь: любой учащийся, прошедший процесс обучения, должен приобрести навыки

сотрудничества с другими; уметь оказывать помощь и уметь получать ее;

- разделение учебного труда: с одной стороны, чем будет больше разнообразие изучаемых тем, тем богаче общество в целом; с другой стороны, значительно легче усвоить тот или иной учебный материал, когда до этого в нем уже разобрался твой товарищ;
- дифференциальный подход: каждый из обучаемых может работать согласно своим возможностям и способностям;
- педагогизация деятельности: фактически любому человеку в своей жизни требуется кого-то учить, этому необходимо учиться в самом процессе обучения.

Основу коллективной формы организации урока составляет учебное сотрудничество, работа в динамических парах (парах сменного состава). Выделяют следующие виды работы в отдельно взятой паре: обсуждение учебного материала, его совместное изучение, обучение друг друга, тренировка, контроль и самоконтроль.

Моделирование и разработка урока на основе КСО содержит три шага.

I шаг: подготовка учебного материала

Этот этап состоит в отборе учителем учебного материала, дополнительной и справочной литературы по теме урока, разделении отобранного содержания на единицы усвоения, разработке заданий к уроку.

II шаг: направлен на подготовку учащихся к работе в условиях КСО.

Учащихся необходимо заранее готовить к совместной деятельности: познакомить с механизмом работы в паре, учить слушать и слышать партнера, работать с информацией. Учащиеся должны принять и освоить целевые установки урока, порядок работы, виды контроля. Ребята должны понимать, в какой последовательности и как они будут работать.

III шаг: состоит в проведении уроков с использованием КСО.

Можно выделить наиболее характерные стадии, присущие любому уроку в условиях КСО:

1) Самостоятельная работа каждого ученика над своей карточкой.
2) Обмен знаниями с партнером, который осуществляется по принципу «учитель-ученик». Смена ролей в паре обязательна. Эта стадия заканчивается обменом карточек.

3) Отработка только что изученной информации и поиск нового партнера для взаимообучения. Учет выполненных заданий ведется в тетради каждого ученика.

Технологическая схема использования коллективного способа обучения на уроке включает следующие этапы:

1 этап: определяются цели урока;

2 этап: устанавливается алгоритм организации учебной деятельности на уроке;
3 этап: формируются группы, в пределах которых будет организовано взаимообучение в парах сменного состава;
4 этап: подведение итогов (тематические зачеты).

Особую роль в реализации коллективного способа обучения играют два вида контроля: текущий и выходной.

Учитель в ходе текущего контроля осуществляет первичный контроль, проверяя правильность выполнения заданий первой карточки; наблюдает за алгоритмом работы в парах сменного состава; отслеживает качество передаваемых знаний учащимися друг другу; и т.д. К первичному контролю педагог может привлекать консультантов – учащихся, которые освоили учебный материал. Подготовка консультантов, как правило, осуществляется во внеурочное время либо по одной карточке, либо по всем карточкам, которые планируется прорешать на уроке. В ходе наблюдения за работой в парах сменного состава учитель и консультанты следят за тем, чтобы учащиеся друг другу проговаривали требуемые правила, алгоритмы, определения, а также ключевые моменты процесса решения того или иного задания. Важной частью работы в динамических парах является оценивание работ учащихся учителем, консультантами при проведении первичного контроля, а также оценивание работ учащимися друг у друга в ходе взаимного обучения. При этом целесообразно использовать альтернативные оценки: «+» – выполнено без замечаний, «±» – выполнено с замечаниями, «–» – выполнено неверно. Выставляя ту или иную альтернативную оценку в тетради, ученик должен написать свою фамилию, что позволит в дальнейшем учителю сделать вывод об объективности выставляемой оценки, а также об ответственности и принципиальности проверяющего.

Выходной контроль выполняется после завершения цикла обменов карточками с целью определения уровня освоения учебного материала, получения сведений об ошибках, недочетах и пробелах в знаниях и умениях учащихся, причинах их возникновения. В зависимости от целей урока, содержания изучаемого материала, подготовленности школьников, их индивидуальных особенностей и возможностей учитель может реализовать любую из форм выходного контроля. К формам выходного контроля относятся:

- фронтальный опрос учащихся;
- математический диктант;
- защита заданий карточек учащимися у доски;
- самостоятельная работа;

– проверка ученических тетрадей;
– письменная работа с аналогичными заданиями;
– зачёт по определенным выполненным заданиям или по всем заданиям карточек;
– зачёт по последней карточке;
– взаимозачет в параллельных классах;
– и др.

К наиболее используемым в практике школьного обучения математике относят такие методики КСО, как:

– методика взаимообмена заданиями;
– мурманская методика;
– методика, обратная методике А.Г.Ривина;
– методика взаимопередачи тем.

В таблице 1 представлены дидактические цели использования той или иной методики КСО.

Таблица1

Методика КСО	Дидактические цели
Методика взаимообмена заданиями	- формирование умений выполнять определенные математические действия; - формирование умений применять знания и умения в стандартных и нестандартных ситуациях
Мурманская методика	- формирование нового понятия; - формирование нового математического действия; - определение уровня освоения знаний и умений их применения в типичных (нетипичных) ситуациях
Методика, обратная методике А.Г.Ривина	- самостоятельное усвоение знаний в их системе, формирование обобщенных понятий и способов действий
Методика взаимопередачи тем	- формирование новых знаний и умений в рамках самостоятельного изучения учебного материала

Применение перечисленных выше методик КСО не требует коренной перестройки сложившегося обучения. В моей практике наиболее применимыми являются методики коллективного способа обучения такие как: методика взаимообмена заданиями и мурманская методика. Рассмотрим особенности использования методик КСО в обучении математике на примерах.

Пример 1. Методика взаимообмена заданиями.

Организация работы класса

Каждый ученик получает карточку с определенным цветовым сигналом (цветовые сигналы могут повторяться). На школьной доске обозначены маршруты обмена карточками и пронумерованный список учащихся.

Содержание карточек

Каждая карточка содержит по 2 однотипных задания (количество заданий может быть больше – это зависит от целей и продолжительности учебного занятия). Карточки с различными цветовыми сигналами включают неравенства, уравнения, их системы и задачи, для решения которых используется тот или иной способ.

Алгоритм работы

1. Выполните первое задание полученной карточки, если возникли затруднения, то проконсультируйтесь у учителя (консультанта) или через карточку-консультанта, соответствующего цветового сигнала.
2. Выполните самостоятельно второе задание полученной карточки, опираясь на решение первого задания.
3. Закончив работу над заданием карточки, отчитайтесь перед учителем или консультантом (первичный контроль).
4. Отыщите партнера по цветовому сигналу карточки, указанному в маршруте.
5. Сразу поменяйтесь карточками.
6. Работайте над первым заданием новой карточки, консультируйтесь у партнера по обмену, если это необходимо.
7. Выполните второе задание новой карточки и организуйте взаимоконтроль.
8. Алгоритм работы повторяется с п.4.
9. Работа закончена, если выполнены задания карточек всех цветов.
10. Пройдите выходной контроль.

Маршрут

I обмен	1↔4	7↔10	III обмен	1↔5	7↔11
	2↔5	8↔11		2↔6	8↔12
	3↔6	9↔12		3↔4	9↔10
II обмен	1↔7	4↔10	IV обмен	1↔8	5↔10

2↔8 5↔11 2↔9 6↔11

3↔9 6↔12 3↔7 4↔12

За числами 1,2,3,… закреплены учащиеся из пронумерованного списка, представленного на школьной доске.

Примечание1: Если один из партнеров еще не готов к консультированию, взаимоконтролю или обмену, то другому ученику предоставляется возможность выполнять карточку, соответствующую маршруту, из запасного набора таких же карточек или дополнительных карточек.

Рассмотрим использование методики взаимообмена заданиями на учебном занятии по алгебре и началам анализа в 11 классе (ФК ГОС) по теме «Логарифмические уравнения».

Цель учебного занятия: создать условия, позволяющие каждому ученику самостоятельно учиться решать логарифмические уравнения разных видов.

Данный урок может быть первым уроком в изучении темы «Логарифмические уравнения».

Содержание учебного материала просматривается через содержание дидактических карточек с разными цветовыми сигналами.

Решите уравнение: 1. $\log_3(x^2 - 11x + 27) = 2$; 2. $\log_{1/7}(x^2 + x - 5) = -1$. Цель: формирование умения решать логарифмические уравнения, опираясь на определение логарифма	Решите уравнение: 1. $\log_2(x^2 + 7x - 5) = \log_2(4x-1)$; 2. $\log_{0,3}(-x^2 + 5x + 7) = \log_{0,3}(10x-7)$. Цель: формирование умения решать логарифмические уравнения, опираясь на свойства логарифмов
Решите уравнение: 1. $\log_2^2 x - 4\log_2 x + 3 = 0$; 2. $\log_4^2 x - \log_4 x - 2 = 0$. Цель: формирование умения решать логарифмические уравнения способом подстановки	Решите уравнение: 1. $\log_3(x-2) + \log_3(x+2) = \log_3(2x-1)$; 2. $\log_{0,6}(x+3) + \log_{0,6}(x-3) = \log_{0,6}(2x-1)$. Цель: формирование умения решать логарифмические уравнения, опираясь на свойства логарифмов

Организация работы класса описана выше.

Дополнительные карточки предлагаются в двух вариантах для учащихся разного уровня подготовленности. Дополнительные карточки первого варианта задают обязательный уровень подготовки; второго варианта – содержат более сложные задания. В то же время выполнение этих карточек предполагает лишь владение программным материалом.

Примечание 2: Учащиеся добровольны в выборе варианта дополнительных карточек. Они также имеют право переходить из одного варианта в другой, т.е. имеют возможность изменить пакет дополнительных карточек и в случае, когда не могут справиться, и в случае, когда чувствуют свой потенциал.

Ниже приведено содержание дополнительных карточек.

Дополнительные карточки

Вариант 1	Вариант2
Красная. Решите уравнение: $\log_{9x^2}(6+2x-x^2)=1/2$.	Красная. Решите уравнение: $\log_2^2(x+1/x)-1=0$.
Желтая. Решите уравнение: $3\lg^2(x-1)-10\lg(x-1)+3=0$.	Желтая. Решите уравнение: $\lg^2 x-2\lg x+4=9/\lg 100x$.
Зеленая. Решите уравнение: $\log_{0.5}(4x-1)-\log_{0.5}(7x-3)=1$.	Зеленая. Решите уравнение: $\log_2(x-3)(x+5)+\log_2(x-3)/(x+5)=\log_2 4$
Синяя. Решите уравнение: $\log_{3,4}(x^2+5x+8)-\log_{3,4}x=0$.	Синяя. Решите уравнение: $\log_5(6-5^x)=1-x$.

Так как школьники самостоятельно учатся решать логарифмические уравнения разных видов, то учитель предусмотрел помощь в виде карточек-консультантов, к которым обучающиеся могут обращаться, в случае необходимости, в свободном режиме.

Примечание 3: В Приложении 1 приведено оформление записи в тетради; варианты карточек-консультантов и решения дополнительных карточек варианта 2.

Пример 2. Мурманская методика.

Подготовка учебного материала

Отбираю из одной или нескольких учебных тем понятия, определения, правила, формулировки, которые нужно выучить наизусть и готовлю дидактические карточки. В первой части карточки записывается вопрос, на который надо ответить формулировкой требуемого понятия. Может быть записан не вопрос, а повествовательное предложение: «Дать формулировку...». Во второй части предлагаются задания, выполнение которых подтверждает понимание данной формулировки.

Организация работы класса

Класс разбивается на группы по 4 (или 6 при необходимости) человека. В группу входят ученики одного уровня подготовленности. Каждая группа получает 4 карточки с различными цветовыми сигналами (их содержание описано выше), маршрут обмена карточками и алгоритм работы.

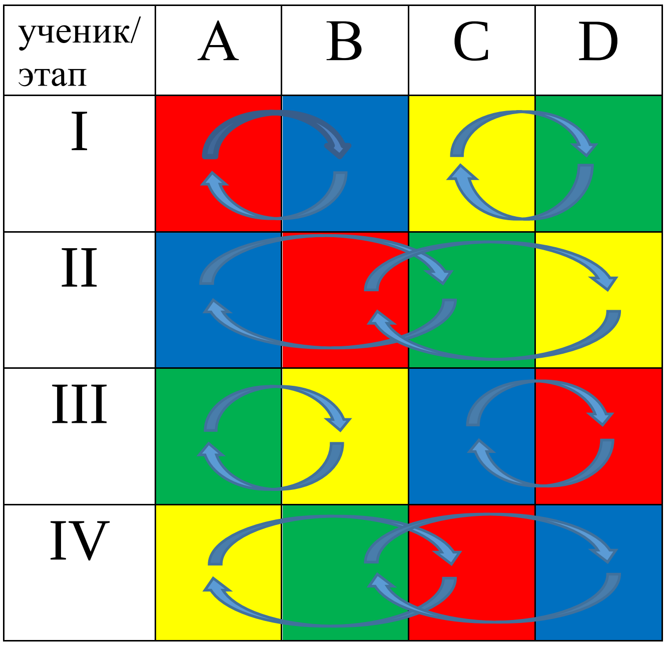
Алгоритм работы

1. Выполните самостоятельно задания обеих частей карточки (сформулируйте устно правило, определение, теорему; решение практической части запишите в тетради).
2. Закончив работу над карточкой, отчитайтесь перед учителем или консультантом (первичный контроль).
3. Отыщите партнера по цветовому сигналу карточки, указанному в маршруте.
4. Сразу поменяйтесь карточками.
5. Выполните задания полученной карточки и организуйте взаимоконтроль с проговариванием правила и хода решения задания.
6. Оцените ответы друг друга и заполните листок учета.
7. Поблагодарите друг друга и ищите нового партнера по цвету карточки.
8. Алгоритм работы повторяется с п.3. Работа закончена, если выполнены задания карточек всех цветов.
9. Выходной контроль.

Примечание 4: Если перед обменом карточками партнер еще не готов к работе в паре, то ученику рекомендуется выполнять задания необходимого цветового сигнала из дополнительного набора, а затем, по мере освобождения партнера, осуществить взаимоконтроль.

Маршрут обмена карточками

Возможно использование данной методики не только через организацию работы в парах сменного состава, но и повторяющегося состава. Предлагаем маршрут для организации работы по мурманской методике в парах повторяющегося состава.



Продемонстрируем использование мурманской методики на примере учебного занятия по алгебре в 8 классе по теме «Квадратные уравнения». Это 8-й урок по указанной теме.

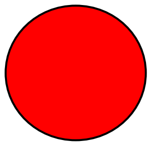
Цель учебного занятия для учителя: обеспечить возможность для каждого учащегося осуществить самопроверку знания определений квадратного уравнения, неполных квадратных уравнений; умений решать разными способами квадратные уравнения, включая применение теоремы Виета и теоремы, ей обратной.

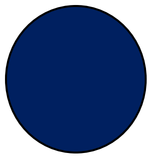
Содержание учебного занятия просматривается через содержание дидактических карточек с разными цветовыми сигналами.

I. Сформулировать определение квадратного уравнения. Цель: проверить знание определения полного квадратного уравнения, умение определить вид уравнения, умение решать полное квадратное уравнение	II. 1. Является ли уравнение квадратным? Почему? Назвать коэффициенты квадратного уравнения. а) $5x - 4 = 3x$; в) $-5x^2 + 4 = 3x$; б) $(\sqrt{x})^2 + x = 10$; г) $\sqrt{5x - 3} = 4$. 2.Решить уравнение: $6x^2 - 13x - 15 = 0$

I. Какие квадратные уравнения называют неполными? Перечислить их виды. Цель: проверить знание определения неполных квадратных уравнений, умения	II. 1.Какие из данных уравнений являются неполными? Почему? а) $3x^2 - 12x = 3$; в) $3x^2 - 12 = 0$; б) $x^2 + 3x = 0$; г) $3x^2 = 0$. 2.Решить уравнение: $4x^2 - 3x + 7 = 2x^2 + x + 7$

узнавать неполные квадратные уравнения и решать их разными способами.	

I. Формула корней квадратного уравнения. Условие существования двух различных корней, одного (двух одинаковых) корня, отсутствия корней квадратного уравнения. Цель: проверить знание формул дискриминанта, корней квадратного уравнения; условий существования корней; умения решать квадратные уравнения.	II. 1. Определить число корней квадратного уравнения а) $36x^2 + 12x + 1 = 0$; б) $x^2 + 5x + 25 = 0$. 2.Решить уравнение: $-5x^2 - 27x + 56 = 0$ 

I.Сформулировать теорему Виета, теорему обратную теореме Виета. Цель: проверить знание теоремы Виета, теоремы обратной теореме Виета, умения ее применять, умения решать квадратные уравнения.	II. 1.Решить уравнение, используя теорему Виета и ей обратную: а) $x^2 + 5x - 6 = 0$; б) $x^2 - 5x + 6 = 0$. 2.Решить уравнение: $-3x^2 + 16x + 75 = 0$. 

Организация работы класса описана выше. Работа рассчитана на 30 минут.

Выходной контроль:

Самостоятельная работа (5 - 7 минут)

I вариант — II вариант

1. Реши неполное квадратное уравнение

$\frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}x = 0$. — $\frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{9}x = 0$.

2. Определи сколько корней имеет квадратное уравнение

$x^2 + x + 72 = 0$? — $\frac{1}{4}x^2 - 3x + 9 = 0$?

3. Реши уравнение

$-8x^2 + 16x + 10 = 0$. — $-12x^2 + 7x - 1 = 0$.

Примечание 5: В Приложении 2 приведен пример устного ответа, оформление записи в тетради.

Приведу еще один пример использования рассматриваемой методики на практикуме по алгебре и началам анализа в 10 классе.

Тема: «Решение простейших тригонометрических уравнений».

Цель: создать условия для того, чтобы каждый ученик учился решать простейшие тригонометрические уравнения, используя формулы корней, а также выяснял непонятные и трудные моменты.

Данный урок завершает изучение темы «Решение простейших тригонометрических уравнений».

Продолжительность практикума - 2 часа.

Содержание занятия просматривается через дифференцированное содержание карточек, предложенных в двух вариантах. Карточки первого и второго вариантов отличаются второй - практической частью. В первом варианте задания задают обязательный уровень подготовки, задания второго варианта чуть труднее, они позволяют ученикам проявить глубокое усвоение материала, устойчивый интерес к предмету, способность применять знания в сложных, иногда нестандартных ситуациях.

Способ выбора состава групп и пакета карточек описан в замечании 4.

Замечание: Заранее с ребятами обговаривается состав групп и вариант пакета карточек, который они будут выполнять. Учащиеся добровольны в выборе варианта, получаемого набора карточек. Они также имеют право переходить из одного варианта в другой, это значит, что у ребят есть возможность изменить пакет карточек на первый вариант, если не могут справиться, и наоборот, на второй вариант, если выполнение первого не вызывает затруднений и ученики чувствуют свой потенциал.

I вариант

1 часть	2 часть
Назовите формулу решения простейшего тригонометрического уравнения $\sin x = a$. При каких значениях а это уравнение имеет корни?	Решите уравнение: 1. $\sin x = \frac{1}{2}$; 2. $\sin (x - \frac{\pi}{6}) = - 1$; 3. $\sin \frac{x}{3} = - \frac{\sqrt{2}}{2}$; 4. $\sin (- 2x) – 1 = 0$.

1 часть	2 часть
Назовите формулу решения простейшего тригонометрического	Решите уравнение:

уравнения ctg x = a. При каких значениях a это уравнение имеет корни?	1. ctg x = $\sqrt{3}$; 2. ctg (x + $\frac{\pi}{6}$) = 1; 3. ctg 5x = 0; 4. ctg (-$\frac{x}{3}$) = $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

1 часть	2 часть
Назовите формулу решения простейшего тригонометрического уравнения cos x = a. При каких значениях a это уравнение имеет корни?	Решите уравнение: 1. cos x = $\frac{\sqrt{2}}{2}$; 2. cos (x + $\frac{\pi}{4}$) = 1; 3. cos 2x = - $\frac{\sqrt{3}}{2}$; 4. cos (-$\frac{x}{2}$) + 1 = 0.

1 часть	2 часть
Назовите формулу решения простейшего тригонометрического уравнения tg x = a. При каких значениях a это уравнение имеет корни?	Решите уравнение: 1. tg x = 1; 2. tg (x - $\frac{\pi}{4}$) = 1; 3. tg (-$\frac{x}{5}$) = $\frac{1}{\sqrt{3}}$; 4. tg 4x = 0.

II вариант

1 часть	2 часть
Назовите формулу решения простейшего тригонометрического уравнения sin x = a. При каких значениях a это уравнение имеет корни?	Решите уравнение: 1. 2 sin x + $\sqrt{2}$ = 0; 2. sin (- 3x) = 1; 3. sin ($\frac{x}{2}$ - $\frac{\pi}{6}$) – 1 = 0; 4. $4\sin^2 x$ – 1 = 0.

1 часть	2 часть
Назовите формулу решения	Решите уравнение:

простейшего тригонометрического уравнения ctg x = a. При каких значениях a это уравнение имеет корни?	1. $3\operatorname{ctg} x - \sqrt{3} = 0$; 2. $\operatorname{ctg}(-\frac{x}{6}) = 1$; 3. $\operatorname{ctg}(2x + \frac{\pi}{4}) = \sqrt{3}$; 4. $\operatorname{ctg}^2 x + 3 = 4\operatorname{ctg} x$.

1 часть	2 часть
Назовите формулу решения простейшего тригонометрического уравнения cos x = a. При каких значениях a это уравнение имеет корни?	Решите уравнение: 1. $\cos 4x = 0$; 2. $2\cos x + \sqrt{3} = 0$; 3. $\cos(\frac{\pi}{6} - \frac{x}{2}) = -1$; 4. $2\cos^2 x + \cos x - 1 = 0$.

1 часть	2 часть
Назовите формулу решения простейшего тригонометрического уравнения tg x = a. При каких значениях a это уравнение имеет корни?	Решите уравнение: 1. $\sqrt{3}\operatorname{tg} x + 1 = 0$; 2. $\operatorname{tg}(-4x) = -\sqrt{3}$; 3. $\operatorname{tg}(\frac{\pi}{4} - \frac{x}{2}) = 1$; 4. $2\operatorname{tg}^2 x = \operatorname{tg} x$.

Организация работы класса описана выше.

Примечание 6: В Приложении 3 приведено оформление записи в тетради через решение заданий второго варианта.

Использование методик коллективного способа обучения в течение нескольких лет позволяет мне сделать следующие выводы:

– Методики создают благоприятные условия для комфортного учения каждому обучающемуся, ребята чувствуют себя раскованно, работают самостоятельно в индивидуальном темпе, в меру своих возможностей.
– В ходе использования методик происходит регулярное общение учеников друг с другом, при этом значительно активизируется мыслительная и речевая деятельность учащихся, каждый имеет возможность задавать вопросы и отвечать на них, объяснять, доказывать, подсказывать, проверять, оценивать, исправлять ошибки в

момент их появления, а также получать консультации у учителя, друг у друга.

- Главным становится чувство ответственности перед партнером, группой, командой, классом, поэтому ребята стараются не подвести друг друга;
- Даже у слабоуспевающих учащихся появляются успехи в учебе, так как в результате многократного повторения, взаимопомощи восполняются пробелы в знаниях, развивается упорство и настойчивость в работе.

Список литературы

1. Брейтерман М.Д. Метод А.Г. Ривина // На путях к новой школе. – 1994. – №1 (6). – С. 14-21. – URL: http://kco-kras.ru/wp-content/uploads/2019/09/Brejterman_1994.pdf
2. Вопросы теории и практики коллективного способа обучения / Составители: М.А. Мкртчян, Л.В. Бондаренко. – Красноярск, Красноярский сельскохозяйственный институт, 1988. – 145 с.
3. Дьяченко В.К. Коллективный способ обучения становится массовой практикой // Народное образование. – №1. – 2008. – С. 112 – 122.
4. Дьяченко В.К. Новая дидактика. – Народное образование, 2002. – 496 с.
5. Дьяченко В.К. Сотрудничество в обучении: О коллективном способе учебной работы: Книга для учителя. – М. : Просвещение, 1991. – 192 с. – (Мастерство учителя: идеи советы, предложения)
6. Образовательные технологии в школьном обучении математике : учебное пособие / М.А. Гончарова , Н.В. Решетникова. – Ростов-на-Дону : Феникс, 2014. – 264 с.
7. Особенности использования методики взаимообмена заданиями на уроках математики / Баянкина Л.А. // Актуальные проблемы математического образования в школе и вузе: материалы IX международной научно-практической конференции, г.Барнаул.17-18 октября 2017/под ред Э.К. Брейтигам, И.В.Кисельникова. - Барнаул: АлтГПУ, 2017.
8. Цукерман, Г.А. Зачем детям учиться вместе? / Г.А. Цукерман. – М.: Издательство «Знание», 1985. – 80 с. – (Новое в жизни, науке, технике. Серия «Педагогика и психология»).

Приложение 1

I. Карточка-консультант

(зеленая)

1. $\log_3(x-2)+\log_3(x+2)=\log_3(2x-1)$

1) Найдем область допустимых значений уравнения, решив систему неравенств:

$$\begin{cases} x-2>0, \\ x+2>0, \\ 2x-1>0. \end{cases}$$

2) Заметим, что основания всех логарифмов одинаковые, значит, можем применить свойства логарифма. Опираясь на свойства логарифма, перейдем к решению уравнения:

$(x-2)(x+2)=2x-1.$

3) Выясним, какие из полученных корней входят в область допустимых значений, это и есть корни исходного уравнения.
4) Ответ.

Оформление записи в тетради

(карточка с зеленым цветовым сигналом)

$\log_3(x-2)+\log_3(x+2)=\log_3(2x-1)$

Решение:

1. ОДЗ: $\begin{cases} x-2>0, \\ x+2>0, \\ 2x-1>0. \end{cases}$ $\quad x\in(2,+\infty)$

2. $\log_3(x-2)(x+2)=\log_3(2x-1),$

$(x-2)(x+2)=2x-1,$

$x^2-4=2x-1,$

$x^2-2x-3=0,$

$x_1=-1,\ -1\notin$ ОДЗ.

$x_2=3,\quad 3\in$ОДЗ.

Ответ: 3.

Дополнительные задания
(решение варианта 2)

Красная

$\log_2^2(x+\frac{1}{x}) - 1 = 0$

Решение:

1. ОДЗ: $x + \frac{1}{x} > 0$,
   $\frac{x^2+1}{x} > 0$,
   $x > 0$, т.к. $x^2 + 1 > 0$ для любого x.
   ОДЗ: $(0; +\infty)$.

2. $(\log_2(x+\frac{1}{x}) - 1)\,(\log_2(x+\frac{1}{x}) + 1) = 0$,

$\log_2(x + \frac{1}{x}) - 1 = 0$, или $\log_2(x + \frac{1}{x}) + 1 = 0$,

$\log_2(x + \frac{1}{x}) = 1$, $\log_2(x + \frac{1}{x}) = -1$,

$x + \frac{1}{x} = 2$, $x + \frac{1}{x} = \frac{1}{2}$,

$\frac{x^2 - 2x + 1}{x} = 0$, $\frac{2x^2 - x + 2}{x} = 0$,

$\begin{cases} (x-1)^2 = 0, \\ x \neq 0; \end{cases}$ $\begin{cases} 2x^2 - x + 2 = 0, \text{ D} < 0\text{, корней нет} \\ x \neq 0; \end{cases}$

$x = 1$, $1 \in$ ОДЗ $\varnothing$

Ответ: 1.

Желтая

$\lg^2 x - 2\lg x + 4 = \frac{9}{\lg 100x}$.

Решение:

1. ОДЗ: $\begin{cases} x > 0, \\ \lg 100x \neq 0; \end{cases}$

   $\begin{cases} x > 0, \\ x \neq 0{,}01. \end{cases}$

   $x \in (0; 0{,}01) \cup (0{,}01; +\infty)$

2. $\lg^2 x - 2\lg x + 4 = \frac{9}{\lg 100 + \lg x}$,

$\lg^2 x - 2\lg x + 4 = \frac{9}{\lg x + 2}$,

Пусть $\lg x = t$, тогда $t^2 - 2t + 4 = \frac{9}{t+2}$,

$\begin{cases} (t + 2)(t^2 - 2t + 4) = 9, \\ t \neq -2; \end{cases}$

$t^3 + 2^3 = 9$,

$t = 1$.

Обратная замена

$\lg x = 1$,

$x = 10$, $10 \in$ ОДЗ.

Ответ: 10.

Зеленая

$\log_2(x-3)(x+5) + \log_2(x-3)/(x+5) = \log_2 4$.

Решение:

1. ОДЗ: $\begin{cases} (x-3)(x+5) > 0, \\ \frac{x-3}{x+5} > 0. \end{cases}$

$x \in (-\infty; -5) \cup (3; +\infty)$.

2. $\log_2((x - 3)(x + 5)\frac{x-3}{x+5}) = \log_2 4$,

$(x - 3)^2 = 4$,

$x - 3 = 2$, или $x - 3 = -2$,

$x = 5$. $x = 1$, $1 \notin$ ОДЗ.

Ответ: 5.

Синяя

$\log_5(6 - 5^x) = 1 - x$.

Решение:

1. ОДЗ: $6 - 5^x > 0$,

$0 < 5^x < 6.$

2. $6 - 5^x = 5^{1-x}$,

$6 - 5^x = 5 \cdot 5^{-x}$,

Пусть $5^x = t$, $t > 0$, тогда $-t^2 + 6t - 5 = 0$,

$t = 1$ или $t = 5$.

Обратная замена

$5^x = 1$, или $5^x = 5$,

$x = 0$. $x = 1$.

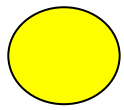
0; 1 $\in$ ОДЗ.

Ответ: 0; 1.

Приложение 2

Пример устного ответа

Приведем на примере карточки с желтым цветовым сигналом:

I.	II.
Сформулировать определение квадратного уравнения. Цель: проверить знание определения полного квадратного уравнения, умение определить вид уравнения, умение решать квадратное уравнение	1. Является ли уравнение квадратным? Почему? Назвать коэффициенты квадратного уравнения. а) $5x - 4 = 3x$; в) $-5x^2 + 4 = 3x$; б) $(\sqrt{x})^2 + x = 10$; г) $\sqrt{5x-3} = 4$. 2.Решить уравнение: $6x^2 - 13x - 15 = 0$ 

I. Устный ответ на вопрос первой части:

Квадратным называют уравнение вида $ax^2 + bx + c = 0$, где коэффициенты а, в, с – любые действительные числа, но $a \neq 0$.

а – первый коэффициент, в – второй коэффициент, с - свободный член.

II. 1. Устный ответ первого задания второй части:

а) уравнение $5x - 4 = 3x$ не является квадратным, потому что содержит переменную только первой степени;

б) уравнение $(\sqrt{x})^2 + x = 10$ не является квадратным, так как $(\sqrt{x})^2 = x$ и тогда уравнение будет содержать переменную только первой степени;

в) уравнение $-5x^2 + 4 = 3x$ преобразуем к виду $-5x^2 + 4 - 3x = 0$ – оно, согласно определению, является квадратным. Старший коэффициент а = -5, второй коэффициент в = - 3, свободный член с = 4.

г) $\sqrt{5x-3} = 4$ - это уравнение не является квадратным, не содержит переменной во второй степени, при возведении в квадрат обеих частей уравнения вторая степень не появится.

Оформление записи в тетради

II. 2. $6x^2 - 13x - 15 = 0$.

Решение:

а = 6, в = - 13, с = - 15,

$D = (-13)^2 - 4 \cdot 6 \cdot (-15) = 169 + 360 = 529$, $529 = 23^2$,

$D > 0$, два различных действительных корня,

$x_1 = \frac{-(-13)-23}{2 \cdot 6} = -\frac{10}{12} = -\frac{5}{6}$;

$x_2 = \frac{-(-13)+23}{2 \cdot 6} = \frac{33}{12} = \frac{11}{4} = 2\frac{3}{4}$.

Ответ: $-\frac{5}{6}$; $2\frac{3}{4}$.

Приложение 3

Решение заданий набора карточек II варианта

Карточка с зеленым цветовым сигналом

1. $\cos 4x = 0$.

Решение:

$4x = \frac{\pi}{2} + \pi n,\ n \in Z;$

$x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{4} n,\ n \in Z.$

Ответ: $\frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{4} n,\ n \in Z.$

2. $2\cos x + \sqrt{3} = 0$.

Решение:

$2\cos x = -\sqrt{3};$

$\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2};$

$x = \pm \arccos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + 2\pi n,\ n \in Z,$

$x = \pm \left(\pi - \arccos \frac{\sqrt{3}}{2}\right) + 2\pi n,\ n \in Z,$

$x = \pm \left(\pi - \frac{\pi}{6}\right) + 2\pi n,\ n \in Z,$

$x = \pm \frac{5\pi}{6} + 2\pi n,\ n \in Z.$

Ответ: $\pm \frac{5\pi}{6} + 2\pi n,\ n \in Z.$

3. $\cos\left(\frac{\pi}{6} - \frac{x}{2}\right) = -1$.

Решение:

$\cos\left(-\frac{x}{2} + \frac{\pi}{6}\right) = -1;$

$\cos\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{6}\right) = -1$, т.к. cos x чётная функция;

$\frac{x}{2} - \frac{\pi}{6} = \pi + 2\pi n,\ n \in Z,$

$\frac{x}{2} = \pi + \frac{\pi}{6} + 2\pi n,\ n \in Z,$

$\frac{x}{2} = \frac{7\pi}{6} + 2\pi n,\ n \in Z,$

$x = \frac{7\pi}{3} + 4\pi n,\ n \in Z.$

Ответ: $\frac{7\pi}{3} + 4\pi n,\ n \in Z.$

4. $2\cos^2 x + \cos x - 1 = 0$.

Решение:

Пусть $\cos x = y$, тогда

$2y^2 + y - 1 = 0;$

$y_1 = -1,\ y_2 = 0{,}5,$

Таким образом,

1) $\cos x = -1,\ x = \pi + 2\pi n,\ n \in Z.$
2) $\cos x = 0{,}5,\ x = \pm\frac{\pi}{3} + 2\pi k,\ k \in Z.$

Ответ: $\pi + 2\pi n,\ n \in Z,\ \pm\frac{\pi}{3} + 2\pi k,\ k \in Z.$

Карточка с красным цветовым сигналом

1. $2\sin x + \sqrt{2} = 0.$

Решение:

$2\sin x = -\sqrt{2};$

$\sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2};$

$$\left[\begin{array}{l} x = \arcsin\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) + 2\pi n,\ n \in Z, \\ x = \pi - \arcsin\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) + 2\pi k,\ k \in Z; \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l} x = -\frac{\pi}{4} + 2\pi n,\ n \in Z, \\ x = \pi + \frac{\pi}{4} + 2\pi k,\ k \in Z; \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l} x = -\frac{\pi}{4} + 2\pi n,\ n \in Z, \\ x = \frac{5\pi}{4} + 2\pi k,\ k \in Z. \end{array}\right.$$

Ответ: $-\frac{\pi}{4} + 2\pi n,\ n \in Z,\ \frac{5\pi}{4} + 2\pi k,\ k \in Z.$

2. $\sin(-3x) = 1.$

Решение:

$-\sin 3x = 1$, т.к. $\sin x$ нечётная функция;

$\sin 3x = -1;$

$3x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n,\ n \in Z;$

$x = -\frac{\pi}{6} + \frac{2\pi}{3}n,\ n \in Z.$

Ответ: $-\frac{\pi}{6} + \frac{2\pi}{3}n,\ n \in Z.$

3. $\sin\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{6}\right) - 1 = 0.$

Решение:

$\sin\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{6}\right) = 1;$

$\frac{x}{2} - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2} + 2\pi n,\ n \in Z;$

$\frac{x}{2} = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{6} + 2\pi n,\ n \in Z;$

$\frac{x}{2} = \frac{4\pi}{6} + 2\pi n,\ n \in Z;$

$x = \frac{4\pi}{3} + 4\pi n,\ n \in Z.$

Ответ: $\frac{4\pi}{3} + 4\pi n,\ n \in Z.$

4. $4\sin^2 x - 1 = 0.$

Решение:

$(2\sin x - 1)(2\sin x + 1) = 0;$

$2\sin x - 1 = 0$ или $2\sin x + 1 = 0;$

$\sin x = \frac{1}{2};$ $\sin x = -\frac{1}{2};$

$$\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n,\ n \in Z, \\ x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi k,\ k \in Z; \end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l} x = -\frac{\pi}{6} + 2\pi m,\ m \in Z, \\ x = \frac{7\pi}{6} + 2\pi p,\ p \in Z. \end{array}\right.$$

Ответ: $\frac{\pi}{6} + 2\pi n,\ n \in Z,\ -\frac{\pi}{6} + 2\pi m,\ m \in Z,\ \frac{5\pi}{6} + 2\pi k,\ k \in Z,\ \frac{7\pi}{6} + 2\pi p,\ p \in Z.$

Карточка с синим цветовым сигналом

1. $\sqrt{3}\,\mathrm{tg}\,x + 1 = 0.$

Решение:

$\sqrt{3}\,\mathrm{tg}\,x = -1;$

$\mathrm{tg}\,x = -\frac{\sqrt{3}}{3};$

$x = \mathrm{arctg}\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right) + \pi n,\ n \in Z;$

$x = -\frac{\pi}{6} + \pi n,\ n \in Z.$

2. $\mathrm{tg}(-4x) = -\sqrt{3}.$

Решение:

$-\mathrm{tg}\,4x = -\sqrt{3}$, т.к. $\mathrm{tg}\,x$ нечётная функция;

$\mathrm{tg}\,4x = \sqrt{3};$

$4x = \mathrm{arctg}\sqrt{3} + \pi n,\ n \in Z;$

$4x = \frac{\pi}{3} + \pi n,\ n \in Z;$

Ответ: - $\frac{\pi}{6}$ + πn, n ∈ Z.

x = $\frac{\pi}{12} + \frac{\pi}{4}$n, n ∈ Z.

Ответ: $\frac{\pi}{12} + \frac{\pi}{4}$n, n ∈ Z.

3.tg ($\frac{\pi}{4}$ - $\frac{x}{2}$) = 1.

Решение:

tg ($\frac{\pi}{4}$ - $\frac{x}{2}$) = 1;

- tg ($\frac{x}{2}$ - $\frac{\pi}{4}$) = 1;

tg ($\frac{x}{2}$ - $\frac{\pi}{4}$) = - 1;

$\frac{x}{2}$ - $\frac{\pi}{4}$ = - $\frac{\pi}{4}$ + πn, n ∈ Z;

$\frac{x}{2}$ = πn, n ∈ Z;

x = 2πn, n ∈ Z.

Ответ: 2πn, n ∈ Z.

4.2tg^2 x = tg x.

Решение:

2tg^2 x - tg x = 0;

tg x (2tg x – 1) = 0;

tg x = 0 или tg x = $\frac{1}{2}$;

x = πn, n ∈ Z или x = arctg $\frac{1}{2}$ + πk, k ∈ Z.

Ответ: πn, n ∈ Z; arctg $\frac{1}{2}$ + πk, k ∈ Z.

Карточка с желтым цветовым сигналом

1. 3ctg x - $\sqrt{3}$ = 0.

Решение:

3ctg x = $\sqrt{3}$;

ctg x = $\frac{\sqrt{3}}{3}$;

x = arcctg $\frac{\sqrt{3}}{3}$ + πn, n ∈ Z;

x = $\frac{\pi}{3}$ + πn, n ∈ Z.

Ответ: $\frac{\pi}{3}$ + πn, n ∈ Z.

2. ctg (- $\frac{x}{6}$) = 1.

Решение:

- ctg $\frac{x}{6}$ = 1, т.к. ctg x нечётная функция;

ctg $\frac{x}{6}$ = - 1;

$\frac{x}{6}$ = (π- $\frac{\pi}{4}$) + πn, n ∈ Z;

$\frac{x}{6}$ = $\frac{3\pi}{4}$ + πn, n ∈ Z;

x = $\frac{9\pi}{2}$ + 6πn, n ∈ Z.

Ответ: $\frac{9\pi}{2}$ + 6πn, n ∈ Z.

3.ctg (2x + $\frac{\pi}{4}$) = $\sqrt{3}$.

Решение:

2x + $\frac{\pi}{4}$ = $\frac{\pi}{6}$ + πn, n ∈ Z;

2x = - $\frac{\pi}{4}$ + $\frac{\pi}{6}$ + πn, n ∈ Z;

2x = - $\frac{\pi}{12}$ + πn, n ∈ Z;

x = - $\frac{\pi}{24}$ + $\frac{\pi}{2}$ n, n ∈ Z.

4.ctg^{2}x + 3 = 4ctg x.

Решение:

ctg^{2}x - 4ctg x + 3 = 0

Пусть ctg x = a, тогда

a^2 - 4a + 3 = 0,

a = 1 или a = 3.

Сделаем обратную замену

Ответ: - $\frac{\pi}{24} + \frac{\pi}{2}n$, $n \in Z$.

ctg $x = 1$ или ctg $x = 3$;

$x = \frac{\pi}{4} + \pi n$ или $x = \operatorname{arcctg} 3 + \pi k$, $n,k \in Z$.

Ответ: = $\frac{\pi}{4} + \pi n$; $\operatorname{arcctg} 3 + \pi k$, $n,k \in Z$.