

СОДЕРЖАТЕЛЬНО-
МЕТОДИЧЕСКИЕ ЛИНИИ
ШКОЛЬНОГО КУРСА МАТЕМАТИКИ

Признаки понятия «ведущая содержательная линия школьной программы по математике»

- содержание представляет собой некоторый целостный блок учебного материала;
- изучается на протяжении длительного времени;
- содержит одно из фундаментальных понятий математики-науки и ряд связанных с ним понятий;
- включает в себя один или несколько специальных математических методов, базирующихся на данном фундаментальном понятии;
- базовое (фундаментальное) понятие линии по мере «прохождения» по школьному курсу неоднократно расширяет свое содержание; увеличивается число примеров понятия, известных учащимся;
- рассматриваемый блок материала характеризуется многочисленными связями внутри школьного курса математики.

Содержательно-методические линии

- Числовая линия
- Линия выражений и тождественных преобразований
- Функциональная линия
- Линия уравнений и неравенств
- Линия геометрических фигур
- Линия геометрических величин
- Векторно-координатная линия
- Линия геометрических преобразования
- Стохастическая линия

Методические особенности изучения числовой линии в школьном курсе математики

Число – одно из основных понятий математики.

Числа изучаются и применяются в школьном курсе, начиная с первого и заканчивая выпускным классом.

Дальнейшее развитие числовой линии состоит в последовательном расширении множества натуральных чисел по следующей схеме, которую называют **логической**:

$$N \subset Z \subset Q \subset R \subset C.$$

В школьной практике установилась
историческая последовательность развития понятия числа, которая отличается от логической схемы тем, что дроби исторически появились намного раньше отрицательных чисел.

Историческая схема:

$$N_0 \subset Q^+ \subset Q \subset R \subset C$$

уступает логической в стройности, но заслуживает предпочтения из дидактических соображений.

Школьная схема обычно обосновывается тем, что понятие дроби (положительной) доступнее пониманию учащихся, чем понятие отрицательного числа.

Схемы развития понятия числа

Историческая:

$$N \longrightarrow N_0 \longrightarrow Q^+ \longrightarrow Q \longrightarrow R$$

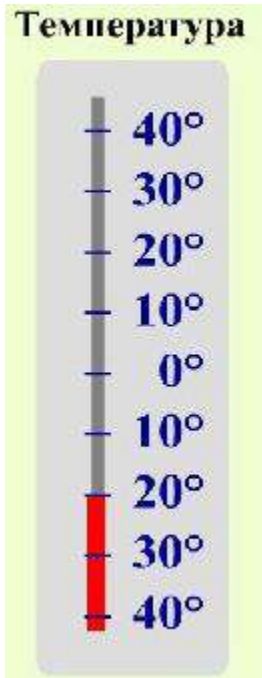
Логическая:

$$N \longrightarrow N_0 \longrightarrow Z \longrightarrow Q \longrightarrow R$$

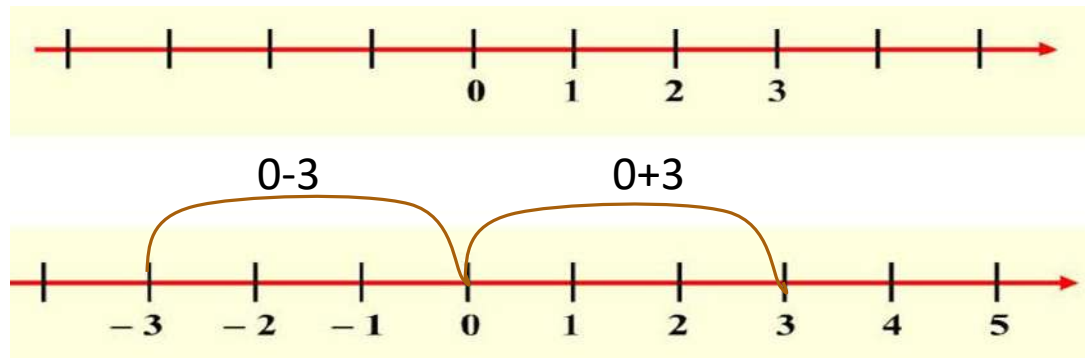
Особенности введения новых чисел в школе

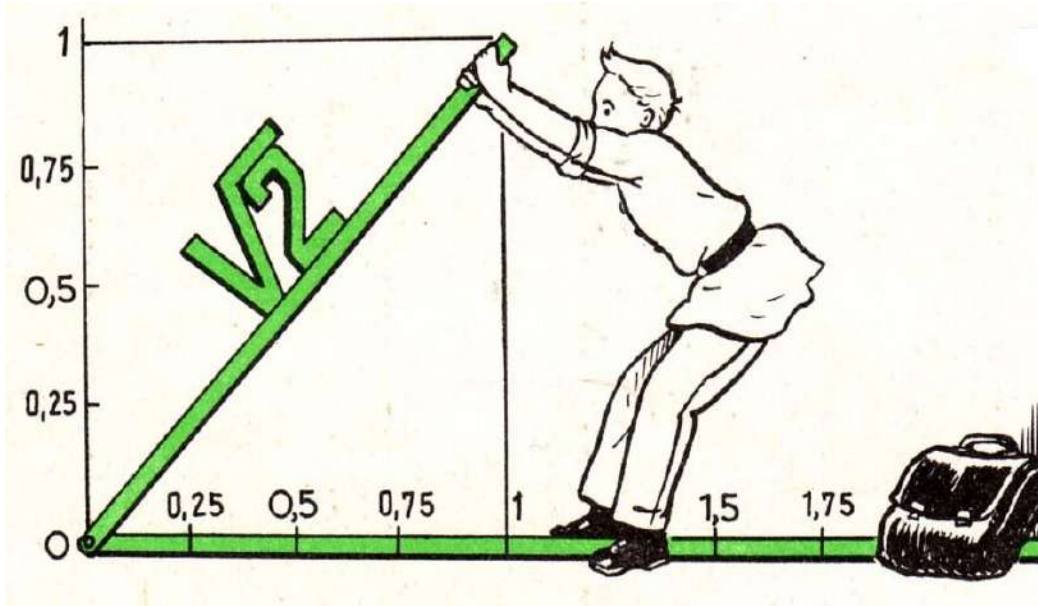
- ✓ В школьном обучении перед введением новых чисел приводятся обычно примеры практических задач, неразрешимых (не всегда разрешимых) в известном множестве чисел.
- ✓ Чтобы сделать эти задачи разрешимыми, расширяется имеющееся множество чисел.

Пример.



$$X + 24 = 20 \text{ ???}$$





Получается следующая схема обучения:

От потребностей практики в разрешимости задач к потребностям математики в выполнимости операций и от последних – к новым числам, вооружающим математику средствами для удовлетворения потребностей практики.

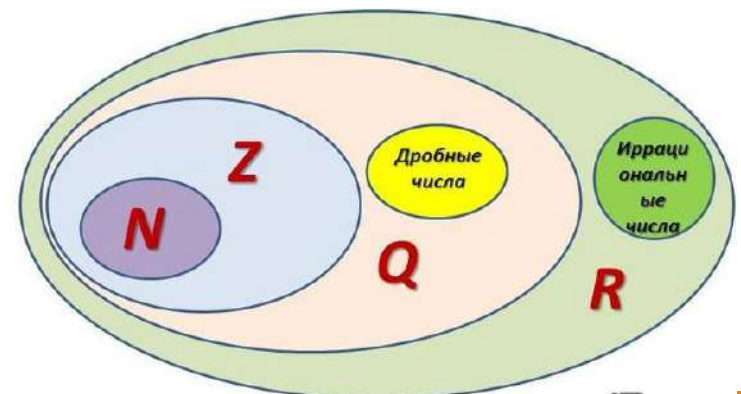
Возможные варианты для общей идеи разворачивания числовой линии:

- разрешимость уравнений
- выполнимость действий.

Принцип перманентности и минимальности для расширения числового множества

Если множество A расширяется до множества B , то:

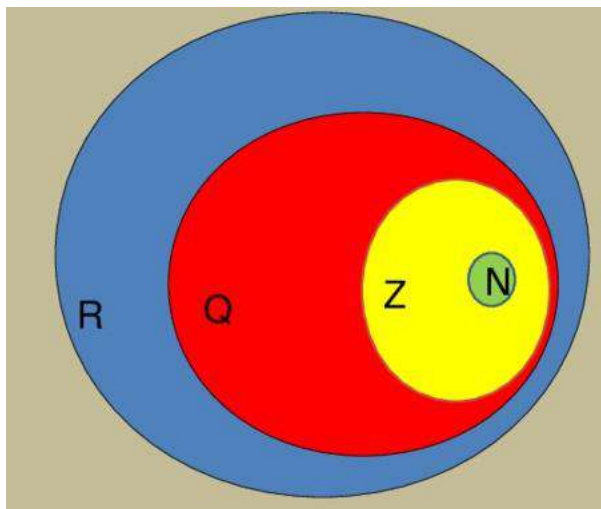
- A должно быть подмножеством B .
- Все операции, определенные в A , должны быть определены и в B , причем при их выполнении для элементов множества A должны получаться прежние результаты.
- Все свойства операций, имевшие место в A , должны выполняться и в B .
- В множестве B выполняется какая-либо операция, не выполняющаяся в A .
- Множество B – минимальное, удовлетворяющее предыдущим свойствам.



Способы построения множества В

Множество В строится независимо от А, а затем в нем выделяется подмножество, изоморфное А, и отождествляется с А.

Множество А дополняется новыми элементами, в результате чего получается новое множество В.



Некоторые методические особенности изучения натуральных чисел

$$12\ 587_{10} = 1 \cdot 10^4 + 2 \cdot 10^3 + 5 \cdot 10^2 + 8 \cdot 10^1 + 7 \cdot 10^0$$

Позиционная $111 = 100 + 10 + 1$

Римская непозиционная система счисления

В римской системе счисления в качестве цифр используются латинские буквы:

I	V	X	L	C	D	M
1	5	10	50	100	500	1000

Другие системы счисления

2

Двоичная система счисления

Все числа записываются с помощью цифр 0 и 1.

Пример:

– В десятичной системе:

$$250 = 2 * 10^2 + 5 * 10^1 + 0 * 10^0$$

$$11 = 1 * 10^1 + 1 * 10^0$$

– В двоичной системе:

$$10 = 1 * 2^1 + 0 * 2^0 = 2 \text{ в } 10\text{-ной системе}$$

$$101 = 1 * 2^2 + 0 * 2^1 + 1 * 2^0 = (4 + 0 + 1) = \\ = 5 \text{ в } 10\text{-ной системе.}$$



Пример сочетания методов индукции и дедукции

Сложение многозначных чисел «столбиком» обосновывается следующим образом:

➤ Предлагается конкретный пример: $345 + 623$

➤ Каждое слагаемое раскладывается по разрядам:

$$(300 + 40 + 5) + (600 + 20 + 3)$$

➤ Применяются переместительный и сочетательный законы сложения:

$$(300 + 600) + (40 + 20) + (5 + 3)$$

➤ Выполняются действия:

$$900 + 60 + 8 = 968$$

- Далее делается вывод о том, что сумму многозначных чисел можно получить складывая их **поразрядно**, а сложение можно записать «столбиком».
- Краткая запись такого способа сложения:

$$\begin{array}{r} 345 \\ + 623 \\ \hline 968 \end{array}$$

Некоторые методические особенности изучения дробных чисел

Первое знакомство с дробными числами происходит в начальной школе, но систематическое изучение начинается в 5 классе.

Дробные числа вводятся через понятие «доли».

Важное значение имеет вопрос необходимости для введения дробных чисел.

Десятичные дроби ? Обыкновенные дроби

Существует методическая проблема порядка изучения десятичных и обыкновенных дробей: какие из них изучать первыми?

Имеется три подхода к решению этой проблемы, которые с методической точки зрения равноправны.

1 подход

Изучаются сначала обыкновенные дроби, а затем десятичные (Л.Г. Петерсон)

Обоснование: десятичные дроби не являются числовым множеством, а представляют собой форму записи дробей с частным видом знаменателей.

2 подход

Изучаются сначала десятичные дроби, затем обыкновенные (Э.Г. Гельфман)

Обоснование: в десятичных дробях сохраняется идея позиционности, что дает возможность переноса известных способов действий с натуральными числами на новые объекты, и они более удобны в расчетах.

3 подход

Изучение обыкновенных и десятичных дробей чередуется (Н.Я. Виленкин)

Обоснование: обыкновенные дроби более универсальны, но десятичная форма дробей более проста для изучения.

Дробь – форма записи как целых, так и не целых чисел, причем любое число можно записать с помощью различных дробей.

Смешанное число – форма записи дробных чисел, модуль которых больше единицы.

Некоторые методические особенности изучения отрицательных чисел

Следует обратить внимание учащихся, на то, что результат действия – число, характеризующееся знаком и модулем, поэтому при выполнении действий:

1 шаг - находим знак искомого числа,

2 шаг – определяем модуль искомого числа.

Именно в таком порядке!

Некоторые методические особенности изучения иррациональных чисел

Основой для введения иррациональных чисел служит одна из задач:

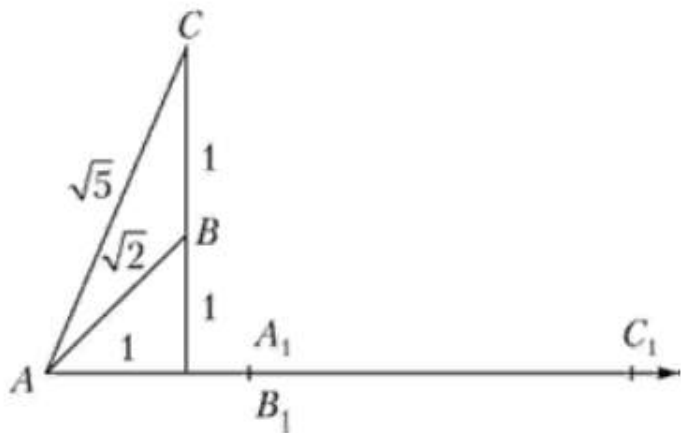
- задача об измерении отрезка,
- задача об извлечении корня.

Учащиеся должны понимать, что любое **иррациональное число** можно записать в виде бесконечной непериодической дроби и любая непериодическая дробь является **иррациональным числом**.

Основой для введения иррациональных чисел
служит одна из задач:

- задача об измерении отрезка,
- задача об извлечении корня.

Учащиеся должны понимать, что
любое **иррациональное число** можно записать
в виде бесконечной непериодической дроби и
любая непериодическая дробь
является **иррациональным числом** .



Одно из возможных _____
геометрических построений
иррациональных чисел можно
осуществить с
использованием т. Пифагора.

Действия с иррациональными числами также
целесообразно начать с геометрического изображения
суммы иррациональных чисел, например $\sqrt{2} + \sqrt{5}$.

Изучение комплексных чисел

Изучение комплексных чисел не входит в программы базовых курсов школьной математики, но включено в программы профильных классов.

Формирование вычислительной культуры

- 1) Прочные и осознанные знания свойств и алгоритмов операций над числами;
- 2) умение по условию поставленной задачи определить, являются ли исходные данные точными или приближенными числами, прочное знание правил приближенных вычислений и навыки их выполнения;
- 3) умение правильно сочетать письменные вычисления и вычисления с применением вспомогательных средств;
- 4) устойчивое применение рациональных приемов вычислений;
- 5) автоматизм навыков безошибочного выполнения операций;
- 6) аккуратная и экономная запись расчетов;
- 7) применение рациональных приемов контроля вычислений;
- 8) умение на определенном теоретическом уровне обосновать правила и приемы, применяемые в процессе вычислений.

Формирование вычислительной культуры

- 1) Прочные и осознанные знания свойств и алгоритмов операций над числами;
- 2) умение по условию поставленной задачи определить, являются ли исходные данные точными или приближенными числами, прочное знание правил приближенных вычислений и навыки их выполнения;
- 3) умение правильно сочетать письменные вычисления и вычисления с применением вспомогательных средств;
- 4) устойчивое применение рациональных приемов вычислений;
- 5) автоматизм навыков безошибочного выполнения операций;
- 6) аккуратная и экономная запись расчетов;
- 7) применение рациональных приемов контроля вычислений;
- 8) умение на определенном теоретическом уровне обосновать правила и приемы, применяемые в процессе вычислений.

Устные вычисления

Полезно научить учащихся выполнять устно следующие действия:

1. Складывать и умножать однозначные числа.
2. Прибавлять к двузначному числу однозначное.
3. Вычитать из однозначного или двузначного (меньше 20) число однозначное.
4. Складывать несколько однозначных чисел.
5. Складывать и вычитать двузначные числа.
6. Делить однозначное и двузначное на однозначное (нацело или с остатком).
7. Производить действия с простейшими дробями.
8. Использовать специальные приемы устного счета.

Письменные вычисления

Следует придерживаться следующих правил записи письменных вычислений:

1. Отчетливо и аккуратно писать математические символы.
2. Цифры, знаки действий и препинания располагать строго в соответствии с правилами действий.
3. Результаты вычислений считать правильными только после проверки.

Задание 1.

а) Среди перечисленных понятий/способов действия выберите то, которое, по вашему мнению, является наиболее общим и исходным для остальных:

- сложение и вычитание многозначных чисел с переходом через разряд;
- умножение многозначного числа на однозначное;
- позиционный принцип строения многозначного числа;
- десятичная дробь;
- умножение и деление многозначных чисел «в столбик».

б) Обоснуйте, почему в задании а) вы выбрали именно это понятие